SUITES REELLES

Des résultats à retenir :

- Soit (u_n) une suite réelle et a fini ou infini .
  $\lim_{n\to+\infty} u_n = a$ si et seulement si , $\lim_{n\to+\infty} u_{2n} = a$ et $\lim_{n\to+\infty} u_{2n+1} = a$.
- Toute suite convergente est bornée .
- Soit une suite (U_n) convergente vers un réel a .
  - S'il existe un entier N_0 tel que $0 \leq u_n$ pour tout $n \geq N_0$, alors $0 \leq a$.
  - S'il existe un entier N_0 tel que $u_n \leq 0$ pour tout $n \geq N_0$, alors $a \leq 0$.
- Soit un entier naturel N_0 et une suite (U_n) , $n \geq 0$. on suppose qu'il existe deux réels m et M tel que $m \leq u_n \leq M$, $n \geq 0$.
  si la suite (u_n) est convergente vers un réel a , alors $m \leq a \leq M$.
- Soit (u_n) une suite géométrique définie par $u_n = q^n$, $n \geq 0$, où q est un réel non nul .
  - Si $q > 1$, alors $\lim_{x\to+\infty} u_n = +\infty$
  - Si $|q| < 1$, alors $\lim_{x\to+\infty} u_n = 0$.
  - Si $q \leq -1$, alors la suite (u_n) n'a pas de limite .
  - Si $q = 1$, alors la suite (u_n) est constante .
- Soit f une fonction continue sur un intervalle I et (u_n) une suite d'éléments de I .
  Si (un) tend vers un réel a de I alors $(f(u_n))$ tend vers $f(a)$.
- Soit f une fonction définie sur un intervalle I et (U_n) une suite d'éléments de I .
  Si $\lim_{x\to+\infty} u_n = \ell$ (fini ou infini) et si $\lim_{x\to\ell} f(x) = L$ (fini ou infini) ,
  alors $\lim_{x\to+\infty} (f(u_n)) = L$.
- Soit deux suites (u_n) et (v_n) convergentes respectivement vers deux réels a et b .
  S'il existe un entier N_0 tel que $u_n \leq v_n$ pour tout $n \geq N_0$ alors $a \leq b$.